

ӘЛ-ФАРАБИ АТЫНДАҒЫ ҚАЗАҚ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ
Физика-техникалық факультет
Электроника және астрофизика кафедрасы

Алимгазинова Н.Ш.

Электр тізбектер теориясы -1

пәні бойынша дәрістер жинағы

«Радиотехника, электроника және телекоммуникациялар» мамандығы
бойынша білім алушы студенттерге арналған

Алматы, 2025

5-дәріс. Синусоидалды ток тізбектері

Дәрістің мақсаты. Білім алушыларға синусоидалды айнымалы токтың физикалық мәнін және оның негізгі сипаттамаларын түсіндіру; синусоидалды шамалардың уақыттық, векторлық және комплекстік көріністерін меңгерту.

Жоспар

1. Синусоидалды ток. Негізгі сипаттамалары
2. Синусоидалды шамалардың көрініс түрлері

1. Синусоидалды ток. Негізгі сипаттамалары

Уақыт бойынша өзгертін шамаларды айнымалы шамалар деп атайды.

*ЭТ барлық тармақтарындағы ток пен кернеулер периодты уақыт функциялары болып табылса немесе мәндері өзгермейтін болса, сонда айнымалы шамалар кезіндегі ЭТ жұмыс режимі - **қалыптасқан** деп аталады. Кері жағдайда тізбектің **қалыптаспаған** жұмыс режимі деп атайды.*

*Синусоидалды заң бойынша уақыт бойынша өзгертін функцияны **синусоидалды** деп атайды. Кез-келген периодты синусоидалды функцияны үш сипаттамамен анықтауға болады: **лездік, орташа және әсерлік мәнімен.***

*Кез-келген уақыт мезетіндегі функцияның мәнін **лездік мәні** деп атайды, ол үш шамамен анықталады: амплитудамен (функцияның максималды мәні), бұрыштық (циклдық) жиілікпен (бір цикл ішіндегі толық тербелістердің саны) және бастапқы фазамен (координата басына қатысты синусоиданың ығысу шамасы).*

Синусоидалды токтың **лездік** мәні:

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i), \quad (1)$$

мұндағы I_m - амплитуда, $\omega = 2\pi f$ - циклдық жиілік (рад/с), f – жиілік(1/с). Жиілік периодпен байланысты болады: $f = 1/T$. Период - бір толық тербеліске кететін уақыт (с). Синус аргументі, яғни $(\omega t + \psi_i)$ - толық фаза деп аталады, ψ_i - бастапқы фаза. Фаза осы уақыт мезетіндегі тербелістің күйін (сандық мәнін) сипаттайды.

Шамалардың лездік мәні және олардың параметрлері арқылы электр энергия көздерінің жұмысы жайлы немесе элементтерінде түрлендірілген қуаты туралы айтуға болмайды. Олар тізбектің энергетикалық параметрлері жайлы түсінік бермейді. Ол үшін бізге уақытқа тәуелді параметрлер керек. Тұрақты ток тізбегінде ЭҚК, кернеу мен ток уақыт бойынша тұрақты болғандықтан, ондай шамаларды енгізу қажет болмады.

Бірнеше синусоидалды шамаларды (e , u , i) бірге қарастыру кезінде олардың фаза бұрыштарының айырмашылығын зерттейді. Фаза ығысуының бұрышы – тізбек бөлігіндегі екі синусоидалды шаманың - ток пен кернеудің

бастапқы фазаларының айырмашылығы. Фаза ығысуының бұрышы кернеудің бастапқы фазасынан токтың бастапқы фазасын азайтумен анықталынады: $\varphi = \psi_u + \psi_i$. φ бұрышы – алгебралық шамасы болғандықтан, бір синусоидалды шама басқа шаманы фаза бойынша озса немесе қалып қойса, оның мәні оң немесе теріс таңбасымен болуы мүмкін.

Синусоидалды шаманың орташа мәні - оң жартылай период ішіндегі модуль бойынша орташа мәніне сәйкес келетін шаманың орташа мәні.

$$I_{\text{орп}} = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} i(t) dt = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} I_m \sin(\omega t) dt = \frac{2I_m}{\pi}, \quad (2)$$

яғни синусоидалды токтың орташа мәні $\frac{2}{\pi} = 0.638$ амплитудалық мәнінен кұрайды.

Синусоидалды токтың әсерлік мәні деп синусоидалды токтың бір периодына тең уақыт мезетінде синусоидалды ток тұрақты ток секілді термодинамикалық немесе жылулық эффект жасайтын токтың мәнін айтамыз:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \sin^2(\omega t) dt} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0.707 \cdot I_m, \quad (3)$$

яғни синусоидалды токтың әсерлік мәні 0,707 амплитудалық мәнінен кұрайды.

Әсерлік мәні ұғымы айнымалы ток тізбектерінде кең қолданылады. Көптеген өлшеуіш құралдар шкалаларын әсерлік мәнімен бөледі. Электртехникалық қондырғылардың техникалық мәліметтері әсерлік мәнімен беріледі. Әсерлік мәндерін индекстері жоқ үлкен әріптерімен жазады.

2. Синусоидалды шамалардың көрініс түрлері

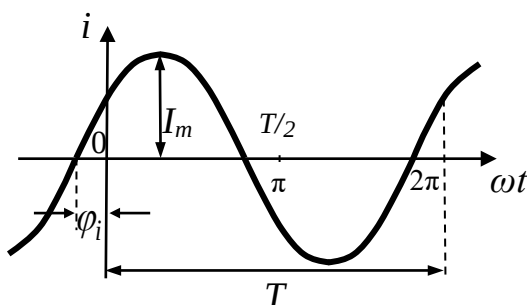
Синусоидалды шамасының бірнеше көрініс түрлері белгілі:

- ✓ Тригонометриялық функциялар арқылы;
- ✓ уақыттық диаграммалар арқылы;
- ✓ айналмалы векторлар арқылы;
- ✓ комплекстік сандар арқылы.

Ең алдымен синусоидалды шаманы *лездік мәні* арқылы жазуға болады: $a = A_m \sin(\omega t + \psi_a)$. Алайда, тізбектің электрмагниттік күйін сипаттайтын теңдеулер, тіпті қарапайым тізбектер үшін, күрделі түрге ие болады және олардан жалпы түрінде де белгісіз параметрді анықтауға мүмкіндік болмайды. Сондықтан айнымалы ток тізбектерін талдау барысында осы функцияларды уақыттық диаграммалар түрінде көрсетеді (1-сурет).

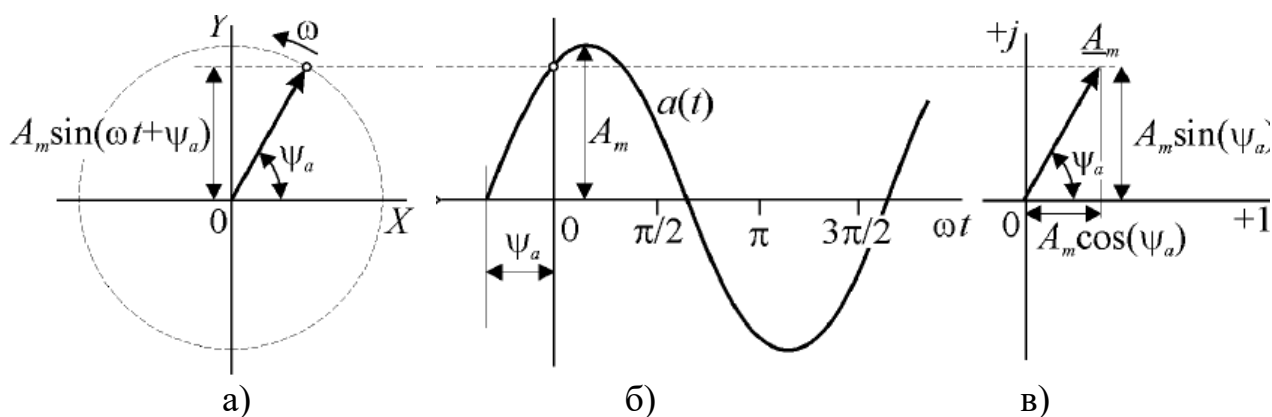
Уақыттық диаграммалар арқылы шамалардың уақыт бойынша сапалы өзгерісін көре аламыз. Алайда, жоғары айтылған тәсілдердің ешқайсысы

негізгі шамалардың сандық және фазалық қатынастарының көрініс түрін бермейді. Бұл жағдайда тригонометриялық өрнектерден алгебралық өрнектерге ауысу және синусоидалды шамасының сандық сипаттамаларын бағалауға мүмкіндігін беретін векторлар қолданылады.



1-сурет. Токтың уақыттық диаграммасы

Үшінші жағдайда $a = A_m \sin(\omega t + \psi_a)$ уақытқа тәуелді синусоидалды функциясы (2,б-сурет) A_m модулі бар векторының OY осіне проекциясына сәйкес келеді. Осы вектор XOY жазықтығында ω тұрақты бұрыштық жылдамдықпен, OX осімен ψ_a бұрышын құрап айналады (2, а-сурет). Егер осы тәсілмен жазықтықта әртүрлі синусоидалды функцияларға сәйкес келетін, бірдей жиілігі бар, бірнеше векторды бейнелей алсақ, олар тек бастапқы фазалары арқылы анықталатын өзара орналасуын өзгертпей бірге айналады. Сондықтан, тізбектердің функциялары бірдей жиіліктерге ие болса, олардың талдауы тек амплитуда мен бастапқы фазасымен ғана шектеледі. Бұл жағдайда синусоидалды функцияны сипаттайтын векторлар қозғалыссыз қалады (2, в-сурет).



2-сурет. Айналмалы векторлар

Бірдей жиілікті әртүрлі синусоидалды өзгертін шамалардың жиынтығын *айналмалы векторлар* көмегімен бір графикте бейнелеуге болады. Тригонометриялық функцияларға қарағанда векторларды қосу мен азайту анағұрлым оңай болғандықтан, бұл әдіс кең қолданыста.

Төртінші жағдайды қарастырайық. Векторлармен геометриялық амалдарды комплекстік сандары бар алгебралық амалдармен алмастырса болады. Ол алынған нәтиженің нақты болуын қамтамасыз етеді.

Жазықтықтағы кез-келген векторды екі координатаның жиынтығымен: *декарт координат жүйесінің өсіндегі екі проекция* немесе *поляры координат жүйесіндегі модуль түрінде (ұзындық) және санақ басы ретінде алынған өсімен бұрыш (аргумент)* арқылы бейнелеуге болады. Екі координатаны да екі жағдайда комплекстік сан түрінде біріктіруге болады немесе комплекстік сан жазықтығында синусоидалды функцияны бейнелейтін векторды тұрғызуға болады.

Комплекстік сандарды жазу үшін **алгебралық, тригонометриялық және көрсеткішті** формалары қолданылады. Әдетте комплекстік шамаларды «нүктемен» жоғарғы жағынан немесе астын сызып белгілейді.

Алгебралық жазу формасы. Комплекстік жазықтықтағы кез-келген нүкте немесе координаттар басынан осы нүктеге дейін жүргізілген вектор мына комплекстік санға сәйкес келеді:

$$\dot{A} = p + jq, \quad (4)$$

мұндағы p – нақты сандар өсі бойынша, ал q – жорамал сандар өсі бойынша вектордың координатасы.

Тригонометриялық жазу формасы. Вектордың нақты мен жорамал бөліктерін оның ұзындығы мен нақты сандар өсімен бұрыш ретінде қарастырғанда мына комплекстік сан сәйкес келеді

$$\dot{A} = A_m \cos \psi_a + jA_m \sin \psi_a. \quad (5)$$

Көрсеткіштік жазу формасы. $e^{j\psi_a} = \cos \psi_a + j \sin \psi_a$ Эйлер формуласын қолдана отырып тригонометриялық түрінен мына комплекстік санға ауысуға болады:

$$\dot{A} = A_m (\cos \psi_a + j \sin \psi_a) = A_m e^{j\psi_a}. \quad (6)$$

Осында синусоидалды функцияның амплитудасы - комплекстік санның модуліне, ал бастапқы фазасы – аргументіне сәйкес болады.

Есептеу барысында комплекстік сандардың алгебралық және көрсеткіштік жазу формалары қолданылады: біріншісі – қосу, ал екіншісі - көбейту, бөлу және дәрежеге шығару амалдары үшін. Алгебралық формасынан көрсеткіштік формасына ауысу:

$$|A| = \sqrt{p^2 + q^2}, \quad (7)$$

$$\psi_a = \arctg \left(\frac{q}{p} \right). \quad (8)$$

$e^{j\psi} = \cos \psi + j \sin \psi$ түріндегі көбейткішті *бұрылу операторы* деп атайды. Ол нақты өське қатысты ψ бұрышқа бұрылған бірлік векторы болады. Оператордың атауы - оған кез-келген векторды көбейткенде олардың ψ бұрышына айналуына байланысты қойылған. Нақты және жорамал сандарды $1, j, -1, -j$ бұрылыс операторлар ретінде қабылдауға болады

$$\begin{cases} 1 = e^{j0}; \\ j = e^{j\frac{\pi}{2}}; \\ -1 = e^{j\pi}; \\ -j = e^{-j\frac{\pi}{2}}. \end{cases} \quad (9)$$

Модулі синусоидалды функцияның амплитудасына тең болатын $\dot{A}_m$ комплекстік санын - *комплекстік амплитуда* деп атаймыз. Функцияның амплитудасы мен әсерлік мәні өзара константамен байланысты: $\frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.707$.

Сондықтан комплекстік санды $A = \frac{\dot{A}_m}{\sqrt{2}}$ модулімен сәйкес қолдансақ, есептеуді бірден әсерлік мәндері үшін жасауға болады. $\dot{A}$ санын *комплекстік әсерлік мәні* немесе жай ғана *комплекстік мәні* деп атаймыз.

Бақылау сұрақтары

1. Синусоидалды токтың негізгі сипаттамаларын айтып беріңіз.
2. Синусоидалды шамалардың көрініс түрлерін сипаттап беріңіз.
3. Айналмалы векторларды сызып түсіндіріңіз.
4. Комплекстік сандар туралы айтып беріңіз.

Әдебиеттер тізімі

1. Н.Ш. Алимгазина, А.Б. Манапбаева. Электр тізбектер теориясы. Дәрістер жинағы. – Алматы: Қазақ университеті, 2017. – 228 б.
2. Н.Ш. Алимгазина, С.М. Манаков, А.Б. Манапбаева, А.Ә. Әлібек. «Электр тізбектер теориясы» пәні бойынша есептер жинағы. – Алматы: Қазақ университеті, 2017. – 162 б.
3. Г.В. Зевеке, П.А. Ионкин, А.В. Нетушил, С.В. Страхов. Основы теории цепей: Учеб. для вузов. – 8-е изд., перераб. – М., 2020 - 528 с.
4. Л.А. Бессонов. Теоретические основы электротехники: Электрические цепи. Учеб. для студентов электротех., энергетич. и приборостроит. спец. вузов. – 7-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 2015. – 528 с.